mit der linearen Motorcharakteristik lässt sich auch M_i darstellen

$$M_i = M_{iH}\left(1 - \frac{\omega}{\omega_i}\right) \tag{21}$$

eingesetzt in die Bewegungsgleichung

$$M_{iH} \cdot \left(1 - \frac{\omega}{\omega_i}\right) - M_R - M = (J_R + J_L) \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

$$(J_R + J_L) \cdot \frac{d\omega}{dt} + \frac{M_{iH}}{\omega_i} \cdot \omega = M_{iH} - (M_R + M) \tag{22}$$

Die Lösung dieser inhomogenen Differentialgleichung erster Ordnung erhalten wir als Summe der Lösung der homogenen Differentialgleichung und eines partikulären Integrals der inhomogenen Differentialgleichung. Mit Hilfe der Anfangsbedingungen $\omega = 0$ zur Zeit $t = 0$ lassen sich die Konstanten bestimmen, und wir erhalten

$$\omega = \frac{M_{iH} - (M_R + M)}{M_{iH}} \cdot \omega_i \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right) \tag{23}$$

$$\text{wobei } \tau = \tau_m \left(1 + \frac{J_L}{J_R}\right) \tag{24}$$

$$\text{und } \tau_m = \frac{J_R \cdot R}{{k_m}^2} \tag{25}$$

Für den leerlaufenden Motor ist: $M = 0$ und $J = 0$ und daher

$$\omega = \frac{M_{iH} - M_R}{M_{iH}} \cdot \omega_i \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_m}}\right) \tag{26}$$

in vielen Fällen interessiert noch die maximale Winkelbeschleunigung des Systems, die ja unmittelbar nach dem Einschaltvorgang auftritt.

$$a_{max} = \left.\frac{d\,\omega}{d\,t}\right|_{t=0} = \frac{M_{iH} - (M_R + M)}{(J_R + J_L)} \tag{27}$$

Für den leerlaufenden Motor ist: $M = 0$ und $J = 0$ sowie

$$M_{iH} = \frac{U}{R} \cdot k_M \quad \text{und} \quad M_R = k_M \cdot I_0$$

$$a_{max} = \frac{k_M}{J_R} \cdot \left(\frac{U}{R} - I_0\right) \tag{28}$$

Vereinfacht wird dabei das Reibungsmoment M_R als drehzahlunabhängig angenommen. Für die benötigte Zeit, die der hochlaufende Motor bis zu einer vorgegebenen Drehzahl braucht, lässt sich (23) umformen

$$t = \tau \cdot \ln \left[\frac{\left(1 - \frac{M_R + M}{M_{iH}}\right) \cdot \omega_i}{\left(1 - \frac{M_R + M}{M_{iH}}\right) \cdot \omega_i - \omega}\right] \tag{29}$$

13. Die Erwärmung des Motors

Für die Erwärmung des Rotors sind die sogenannten Joule'schen Verluste P_J massgebend, die im stationären Zustand über die Spulen- und Motoroberfläche abgeführt werden.
Der Zusammenhang zwischen Joule'schen Verlusten und Rotortemperatur ist gegeben über den Wärmewiderstand R_{th}, der sich zusammensetzt aus den Wärmewiderständen R_{th1} und R_{th2}.
Der Wärmewiderstand R_{th1} kennzeichnet den Wärmeübergang zwischen Rotor und Rückschluss des Motors, während der Wärmewiderstand R_{th2} den Wärmeübergang vom Rückschluss an die umgebende Luft erfasst.
Der zeitliche Verlauf der Rotorerwärmung bei konstanter Joule'scher Verlustleistung lässt sich, ähnlich wie der Hochlaufvorgang, durch eine Differentialgleichung erster Ordnung beschreiben, deren Lösung geschrieben werden kann als

$$\delta_R = \delta_U + P_J \cdot R_{th} \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_{th}}}\right) \tag{30}$$

$$R_{th} = R_{th1} + R_{th2} \tag{31}$$

$$\Delta\delta = \delta_R - \delta_U \tag{32}$$

Für den stationären Zustand vereinfacht sich obige Gleichung

$$\delta_R = \delta_U + P_J \cdot R_{th} \tag{33}$$

Durch Montage des Motors auf einem wärmeabgebenden Chassis kann der Wärmewiderstand R_{th2} merklich gesenkt werden. Die in den Datenblättern angegebenen Werte für die Wärmewiderstände wurden in Versuchsreihen ermittelt, bei denen der Motor stirnseitig auf eine vertikale Kunststoffplatte montiert war. Der im speziellen Anwendungsfall auftretende Wärmewiderstand R_{th2} muss bei genauen Erwärmungsrechnungen unter Originalumgebungsbedingungen bestimmt werden.
Die Rotortemperatur für ein vorgegebenes Belastungsmoment M_b lässt sich demnach bestimmen.

$$M_i = M_B + M_R \qquad R_\delta = R\ (1 + \alpha_{cu} \cdot \Delta\delta)$$

$$I_B = \frac{M_i}{k_M}$$

$$P_J = \frac{\Delta\delta}{R_{th}} \qquad R_{th} = R_{th1} + R_{th2}$$

$$P_J = I^2 \cdot R_\delta$$

daraus lässt sich errechnen

$$\Delta\delta = \frac{R_{th} \cdot I^2 \cdot R}{1 - R_{th} \cdot I^2 \cdot R \cdot \alpha_{cu}} \tag{34}$$

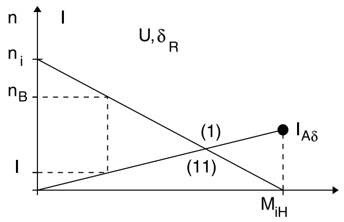
14. Die Neigung der Drehzahlkennlinie $\frac{\Delta n}{\Delta M}$

$$\frac{\Delta n}{\Delta M} = \frac{n_i}{M_{iH}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{R}{{k_m}^2} \tag{35}$$

Die Neigung der Kennlinie $\frac{\Delta n}{\Delta M}$ ist unabhängig von der Klemmenspannung U, wird aber über den Einfluss der Rotortemperatur δ_R auf den Widerstand R_δ verändert. Mit zunehmender Rotortemperatur wird also die Kennlinie steiler.

15. Die Rückrechnung diverser Motorparameter aus den Messwerten eines beliebigen Belastungspunktes

Gemessen oder bekannt sein müssen:
Die Klemmenspannung U, die dabei auftretende Drehzahl n_B und der Ankerstrom I_B sowie der Anschlusswiderstand R, der ja infolge der Rotorerwärmung i.a. höher liegt als der in den Motordaten angegebene Wert bei 25°C.



Bedingt durch die linearen Zusammenhänge lassen sich berechnen:

$$n_i = n_B \cdot \frac{U}{U - I_B \cdot R_\delta} \tag{36}$$

$$k_M = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{U - I_B\, R_\delta}{n_B} \tag{37}$$

$$M_{iH\delta} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{U\ (U - I_B\, R_\delta)}{R_\delta \cdot n_B} \tag{38}$$

$$n_B = n_i \left(1 - \frac{I_B}{I_{A\delta}}\right) \tag{39}$$

$$M_B = M_{iH} \left(1 - \frac{n_B}{n_i}\right) - M_R \tag{40}$$

$$U_B = \frac{\pi}{30} \cdot n_B \cdot k_M + \frac{M_B + M_R}{k_M} \cdot R_\delta \tag{41}$$